

Introduction

Les mathématiques, bien plus qu'une simple matière scolaire, sont un outil puissant qui nous permet de comprendre et d'interpréter le monde qui nous entoure. L'enjeu de cet atelier est de vous familiariser à la démarche scientifique dans le monde mathématique à travers un problème pratique.

Problème du sac à dos



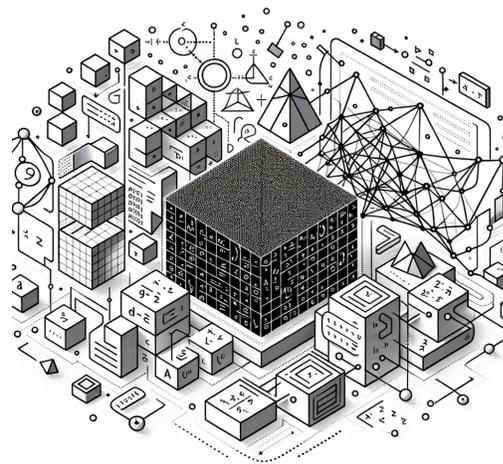
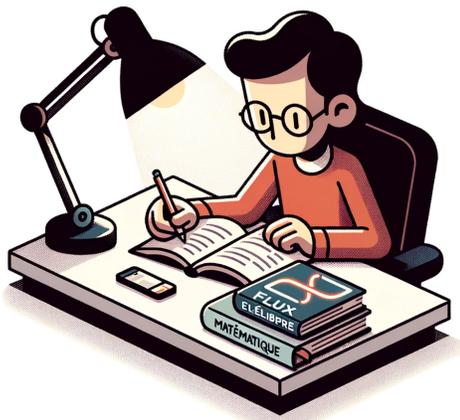
Ari souhaite partir à la montagne faire un ensemble d'activités sportives. Pour cela, il aura besoin de prendre avec lui un certain nombre d'affaires. Cependant Ari s'est préparé un peu tard et il ne dispose que d'un simple sac à dos pour préparer son voyage. Il va donc être amené à choisir seulement un nombre limité d'affaires parmi tout ce qui lui aurait été utile. On peut imaginer une liste des choses qu'il souhaiterait prendre avec lui :

- Une bouteille d'eau
- Des chaussons d'escalade
- Une barre de chocolat
- Une tente
- Des fusées de détresse

- Un sac de couchage
- Des lunettes de soleil
- Une boussole
- Une lampe
- Un livre

La question du problème est alors la suivante : Quels sont les objets que Ari devrait mettre dans son sac à dos ?

Modélisation du problème

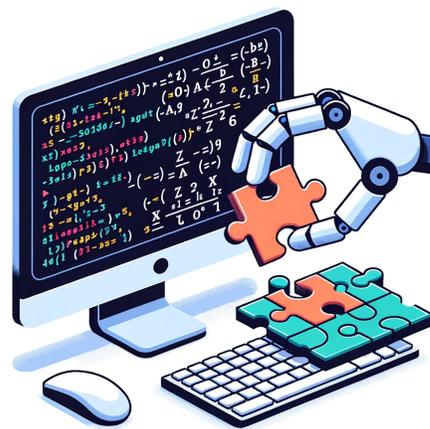


On a face à nous un problème concret énoncé avec une problématique claire. L'enjeu est d'en trouver une solution ! Pour cela, on va d'abord le traduire en des termes mathématiques : c'est ce qu'on appelle la modélisation. Les questions suivantes devraient vous guider jusqu'à établir une formulation mathématique.

1. Quelles sont selon vous les contraintes auxquelles Ari fait face ? Pourquoi ne peut-il pas prendre toutes ses affaires ?
2. Certains objets sont plus importants que d'autres. Les organiser par ordre d'importance.
3. Selon vous, comment traduire cette importance d'un point de vue mathématique ? Un objet est plus important qu'un autre, comment le modéliser ?
4. On introduit pour chaque objet i les notations : p_i et v_i . D'après vous, que représentent-elles ?
5. Certains objets sont importants mais ils sont aussi très lourds... Comment pallier ce problème ?

6. Considérons que P est la capacité maximale du sac à dos. Attribuer p_i et v_i pour chaque objet de la liste.
7. Comment exprimer la contrainte que les objets choisis rentrent dans le sac à dos ?
8. Voyez-vous d'autres contraintes pertinentes à ajouter ? Si oui, lesquelles ?
9. Ce problème est en fait un problème de maximisation sous contrainte. Selon vous, quelle est la quantité qu'on cherche à maximiser ? Quel est l'ensemble des contraintes ?
10. À l'aide des questions précédentes, proposer une formulation mathématique du problème.
11. On parle de problème de sac à dos mais en réalité cette formulation peut décrire un grand nombre d'autres problèmes. Proposer quelques exemples où l'on pourrait utiliser cette formulation. Dans votre exemple, que représenterait P , p_i , etc...

Résolution du problème



Si tout s'est bien passé jusqu'ici, on a désormais une formulation mathématique de problèmes concrets. En revanche, nous n'avons toujours pas de méthodes pour le résoudre...

1. En reprenant les valeurs attribuées dans la partie précédente, trouver la solution optimale du problème.

Il est raisonnable de chercher la solution dans un cas où l'on a une dizaine d'objets, en revanche cela risque d'être difficile voire impossible à mettre en pratique pour une liste comprenant un grand nombre d'objet. Il est alors naturel de chercher à automatiser cette démarche. On a alors besoin d'une méthode qui est interprétable par un ordinateur.

2. Qu'est ce qu'un algorithme selon vous ? Pouvez-vous en donner quelques exemples ?

3. Qu'est ce qu'un programme ou code de calcul ? En quoi est-ce différent d'un algorithme ?

Une fois les réponses à ces questions connues, il ne nous reste plus qu'à appliquer tout ce qu'on a vu jusque là. Dernière ligne droite !

4. Etablir une méthode avec quelques phrases trouvant une solution du problème pour n'importe quel nombre d'objets et une capacité P arbitraire. Quels sont les avantages et les inconvénients de votre méthode ?
5. Expliciter votre méthode dans un langage algorithmique. Quelles sont les entrées nécessaires au fonctionnement de l'algorithme ? Quelle sont les sorties ?
6. Traduire votre méthode dans un code de calcul avec le langage de votre choix



Vous avez résolu le problème ! Ari peut désormais partir à la montagne l'esprit tranquille !